

Eesti LXIII matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
9.detsembril 2015.a. Tallinnas
XI klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Lahenda võrrandisüsteem
$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$$

2. Milliste parameetri p väärtuste korral on avaldise $(px)^2 - x^2 + 2px - 2x + 2$ väärtus mistahes x korral positiivne?
3. Matemaatika olümpiaadil osales 2015 õpilast. Kokku oli 5 ülesannet, kusjuures:
vähemalt ühe ülesande lahendas 7 korda rohkem õpilasi, kui lahendas vähemalt kahte ülesannet,
vähemalt kahte ülesannet lahendas 7 korda rohkem õpilasi, kui lahendas vähemalt kolme ülesannet,
vähemalt kolme ülesannet lahendas 7 korda rohkem õpilasi, kui vähemalt nelja ülesannet,
vähemalt nelja ülesannet lahendas 5 korda rohkem õpilasi, kui lahendas kõiki viit ülesannet.
Leidke kui palju osalejaid ei lahendanud ühtegi ülesannet.
4. Kolmnurga ABC siseringjoon puutub külgi AB, BC ja CA vastavalt punktides K, L ja M. Leia nurk KLM, kui nurk BAC on 40 kraadi.
5. Lossis on N ruumi üks teise järel. Igas ruumis on valgustuse sisse ja välja lülitamiseks üks lüliti. Robot Rimmo käib mööda ruume ja muudab lülitite asendit. Ühes suunas liikudes muudab ta lülitite asendit, tagasi tulles ta lüliteid ei puutu. Esimese käiguga muudab ta iga lüliti asendit. Teise käiguga – iga teise lüliti asendit. Kolmanda käiguga – iga kolmanda lüliti asendit ja nii edasi. Kokku teeb robot N käiku. Alguses on iga ruumis valgustus välja lülitatud.
- 1) Mitmes ruumis on valgustus sisse lülitatud, kui $N = 10$?
 - 2) Mitmes ruumis on valgustus sisse lülitatud, kui $N = 500$?